

# Algoritmi e Strutture Dati

Stefano Leucci

[stefano.leucci@univaq.it](mailto:stefano.leucci@univaq.it)

Esercizi di approfondimento

## Alcuni esercizi

Dato un vettore ordinato di  $n$  elementi binari,  
trovare:

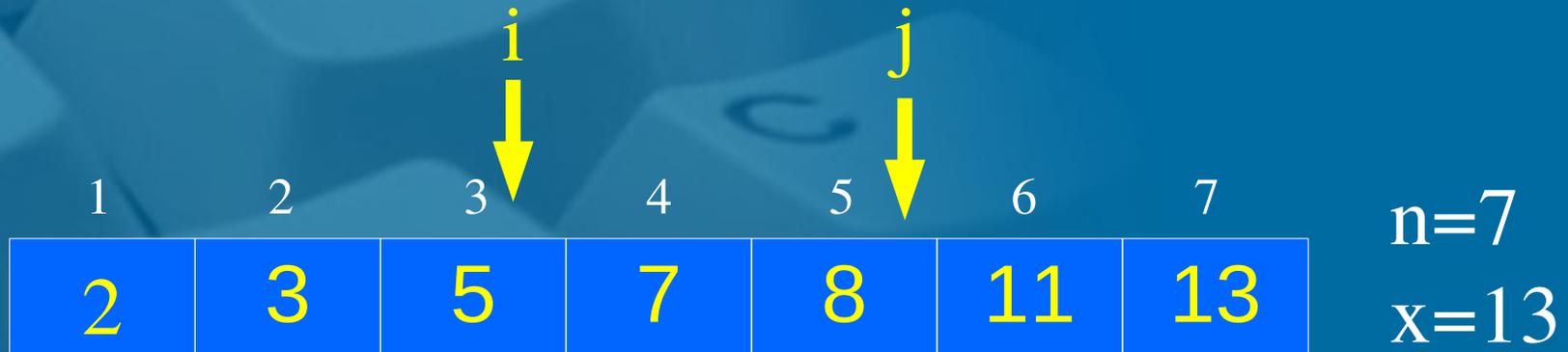
- l'ultimo 0 in tempo  $O(n)$
- l'ultimo 0 in tempo  $O(\log k)$  dove  $k$  è il numero complessivo di 0 nel vettore.



## Alcuni esercizi

Dato un vettore  $A$  ordinato di  $n$  interi positivi ed un intero  $x$ , trovare (se esistono) due indici  $i, j$  con  $i < j$  tali che:  $A[i] + A[j] = x$ .

Tempo:  $O(n^2)$ . Sugg: si può fare in  $O(n \log n)$  e  $O(n)$



# Alcuni esercizi

Si consideri una tavoletta di cioccolata rettangolare composta da  $n$  file di  $m$  quadratini di cioccolata. Si vuole effettuare una serie di spezzate in modo da avere tutti i quadratini di cioccolata separati.

Ogni spezzata consiste nel prendere un pezzo di cioccolata (di qualsiasi forma) e separarlo in due pezzi di cioccolata (di qualsiasi forma).

Una strategia è quella di separare prima le  $n$  file e poi, per ogni fila, separare i quadratini ad uno ad uno. Questa strategia esegue  $(n-1)+n(m-1) = nm-1$  spezzate.

**Esiste una strategia migliore? (Perché?)**

$m$



$n$

## Alcuni esercizi

Si consideri una sequenza di  $n$  pedine allineate in cui ogni pedina è colorata di rosso, di verde o di bianco. Una mossa consiste nello scambiare di posto due pedine **adiacenti**. Si vogliono riposizionare le pedine in modo che i loro colori formino la bandiera italiana (prime le pedine verdi, poi le bianche e infine le rosse). Progettare un algoritmo che risolve il problema con un numero asintoticamente ottimo di scambi. Dimostrarne l'ottimalità.



## Alcuni esercizi

Si consideri una sequenza di  $n$  pedine allineate in cui ogni pedina è colorata di rosso, di verde o di bianco. Una mossa consiste nello scambiare di posto due pedine **non necessariamente adiacenti**. Si vogliono riposizionare le pedine in modo che i loro colori formino la bandiera italiana (prime le pedine verdi, poi le bianche e infine le rosse).

Progettare un algoritmo che risolve il problema con un numero lineare di scambi.



## Alcuni esercizi

Dato un vettore  $A[1:n]$  di interi (non necessariamente ordinato), individuare l'indice  $1 \leq i \leq n$  di un "picco", cioè di un elemento  $A[i]$  tale che  $A[i] \geq A[i+1]$  ed  $A[i] \geq A[i-1]$ . (si pensi  $A[0]=A[n+1]=-\infty$ ).

Tempo:  $O(n)$



## Alcuni esercizi

Data una matrice  $A[1:n,1:n]$  di interi, individuare gli indici  $1 \leq i, j \leq n$  di un "picco", cioè di un elemento  $A[i,j]$  tale che  $A[i,j] \geq A[i \pm 1, j]$  ed  $A[i,j] \geq A[i, j \pm 1]$ .

(si pensi  $A[0,j]=A[n+1,j]=A[i,0]=A[i,n+1]=-\infty$ ).

Tempo:  $O(n^2)$

	1	2	3	4	5
1	3	6	14	13	9
2	4	2	6	7	4
3	6	7	3	8	6
4	2	18	4	9	7
5	8	15	12	10	1

$n=5$

## Alcuni esercizi

Sia  $A[1; n]$  un vettore (non necessariamente ordinato) con elementi interi tale che  $V[n] - V[1] \geq n$ .

Un indice  $1 \leq i < n$  è un double-gap se  $A[i + 1] - A[i] \geq 2$ . Si dimostri che  $A$  ha almeno un indice double-gap. Si progetti un algoritmo che, dato  $A$ , ritorna un indice double-gap.

Tempo:  $O(\log n)$



## Alcuni esercizi

Dato un vettore  $A[1:n]$  (potenzialmente non ordinato) con elementi interi distinti, si definisce inversione una coppia di elementi  $A[i], A[j]$  con  $i < j$  tale che  $A[i] > A[j]$ . Progettare un algoritmo efficiente che calcola il numero di inversioni.

Tempo:  $O(n^2)$

1	2	3	4	5	6	7	
4	7	12	8	9	13	2	$n=7$

Numero inversioni = 8